# Natürlicher Logarithmus
## Übung

1. Berechnen Sie die Logarithmen ohne Taschenrechner.

   a) $\ln(e)$

   b) $\ln(e^2)$

   c) $\ln(\sqrt{e})$

   d) $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$

2. Vereinfachen Sie!

   a) $e^{\ln(2)}$

   b) $e^{-\ln(7)}$

   c) $e^{2\ln(3)}$

   d) $e^{\ln(e)}$

   e) $e^{x \cdot \ln(a)}$ mit $a > 0$

3. Fassen Sie zusammen.

   a) $\ln(2) + \ln(3)$

   b) $\ln(4x) - \ln(2x)$

   c) $2\ln(3) - 3\ln(2)$

4. Drücken Sie durch nur einen Logarithmusterm aus.

   a) $\ln(x+1) + \ln(x)$

   b) $\ln(x+1) - \ln(x)$

   c) $3\ln(x+1) - 2\ln(x)$

   d) $\ln\left(\frac{x+4}{x+5}\right) + \ln\left(\frac{x+5}{x+4}\right)$

## Natürlicher Logarithmus
## Lösung

1.

a) $\ln(e) = \ln(e^1) = 1$

b) $\ln(e^2) = 2$

c) $\ln(\sqrt{e}) = \ln(e^{0,5}) = 0,5$

d) $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$

2.

a) $e^{\ln(2)} = 2$

b) $e^{-\ln(7)} = e^{\ln(7^{-1})} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

c) $e^{2\ln(3)} = e^{\ln(3^2)} = 3^2 = 9$

d) $e^{\ln(e)} = e$

e) $e^{x\cdot\ln(a)} = e^{\ln(a^x)} = a^x$, mit dieser Formel kann ein Basiswechsel durchgeführt werden.

Lösung zu 1. und 2.: [https://youtu.be/6Of-b7eerP4](https://youtu.be/6Of-b7eerP4)

3.

a) $\ln(2) + \ln(3) = \ln(2 \cdot 3) = \ln(6)$

b) $\ln(4x) - \ln(2x) = \ln\left(\frac{4x}{2x}\right) = \ln(2)$

c) $2\ln(3) - 3\ln(2) = \ln(3^2) - \ln(2^3) = \ln\left(\frac{3^2}{2^3}\right) = \ln\left(\frac{9}{8}\right)$

4.

a) $\ln(x+1) + \ln(x) = \ln\big((x+1)\cdot x\big) = \ln(x^2 + x)$

b) $\ln(x+1) - \ln(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

c) $3\ln(x+1) - 2\ln(x) = \ln\left(\frac{(x+1)^3}{x^2}\right)$

d) $\ln\left(\frac{x+4}{x+5}\right) + \ln\left(\frac{x+5}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{x+4}{x+5}\cdot\frac{x+5}{x+4}\right) = \ln(1) = 0$